

La ricorsione

La **ricorsione** è una tecnica di programmazione molto potente, che sfrutta l'idea di **suddividere un problema da risolvere in sottoproblemi simili a quello originale**, ma più semplici.

Un metodo si dice **ricorsivo** quando all'interno della propria definizione compare una **chiamata direttamente al metodo stesso**.

Un **algoritmo ricorsivo** per la risoluzione di un dato problema deve essere definito nel modo seguente:

1. prima si definisce come risolvere dei problemi analoghi a quello di partenza, ma che hanno "dimensione piccola" e possono essere risolti in maniera estremamente semplice (detti **casi base**);
 2. poi si definisce come ottenere la soluzione del problema di partenza combinando la soluzione di uno o più problemi analoghi, ma di "dimensione inferiore" (ricorsione).
- Si parla di **ricorsione indiretta** quando nella definizione di un metodo compare la chiamata ad un altro metodo il quale direttamente o indirettamente chiama il metodo iniziale.
 - Un metodo implementa una **ricorsione multipla** quando all'interno della propria definizione compare la **chiamata direttamente al metodo stesso almeno due volte**.
 - In una **ricorsione infinita** vengono attivate infinite **istanze di un metodo**. Come abbiamo già detto, ciò si verifica perché i valori del parametro non si semplificano, o perché **manca la clausola di chiusura** per terminare.

Ogni algoritmo ricorsivo è iterativo

Un algoritmo ricorsivo: è un algoritmo che è definito in termini di se stesso; è composto

- da un passo induttivo e
- da una condizione di chiusura (base).

Il passo induttivo definisce una funzione per un generico valore di una variabile n in termini della funzione di $n-1$.

La condizione di chiusura definisce la funzione in $n=0$. E allora chiamando la funzione per un valore si possono calcolare in cascata tutti i risultati intermedi fino a $n=0$.

Un tipico algoritmo che è facilmente espresso in forma ricorsiva è la definizione di **fattoriale**:

```
integer f=fatt(n)
{
  if n==0
    f=1;          /* condizione di chiusura */
  else
    f=n*fatt(n-1); /* passo induttivo */
  end
  return(f);
}
```

Sviluppando passo per passo ad esempio il fattoriale di 5 si ha:

```
fatt(5) =5*fatt(4)
        =5*4*fatt(3)
        =5*4*3*fatt(2)
        =5*4*3*2*fatt(1)
        =5*4*3*2*1*fatt(0)
        =5*4*3*2*1*1=5!
```

La ricorsione pur permettendo codici molto compatti ed eleganti è di solito poco efficiente perché ogni funzione chiamata alloca memoria nello stack. Quindi è possibile, se non consigliabile, trasformare l'algoritmo in forma iterativa. Nel caso del fattoriale si ha

```
integer f=fattoriale(n)
{
  f=1;
  for i=1:n
    f=f*i;
  end
  return(f)
}
```

Ogni algoritmo iterativo è ricorsivo

Prendiamo un qualunque algoritmo iterativo:

```
for i=1:N
{
  blocco istruzioni;
}
end
```

posso definire una funzione ricorsiva

```
void ciclo(integer i)
{
  if i>N
    /* condizione di uscita */
    return;
  else
    blocco istruzioni;
    ciclo(i+1);
  end
}
```

Naturalmente a seconda del ciclo dovrò scegliere opportunamente la condizione di chiusura.

Quando utilizzarla

PRO

Spesso la ricorsione permette di risolvere un problema anche molto complesso con poche linee di codice

CONTRO

La ricorsione è poco efficiente perché richiama molte volte una funzione e questo:

- richiede tempo per la gestione dello stack (allocare e passare i parametri, salvare l'indirizzo di ritorno, e i valori di alcuni registri della CPU)
- consuma molta memoria (alloca un nuovo stack frame ad ogni chiamata, definendo una nuova ulteriore istanza delle variabili locali non static e dei parametri ogni volta)

CONSIDERAZIONE

Qualsiasi problema ricorsivo può essere risolto in modo non ricorsivo (ossia iterativo), ma la soluzione iterativa potrebbe non essere facile da individuare oppure essere molto più complessa

CONCLUSIONE

Quando non ci sono particolari problemi di efficienza e/o memoria, l'approccio ricorsivo è in genere da preferire se:

- è più intuitivo di quello iterativo
- la soluzione iterativa non è evidente o agevole

Esempio

Supponiamo di voler calcolare l'*area* di una forma triangolare di dimensione n come quella riportata sotto, nell'ipotesi che ciascun quadrato `[]` abbia area unitaria. Il valore dell'area corrispondente viene a volte chiamato *numero triangolare n-esimo*.

Ad esempio, per $n=4$ il triangolo è fatto come segue:

```
[]  
[ ]  
[ ][ ]  
[ ][ ][ ]  
[ ][ ][ ][ ]
```

Osservando questo schema possiamo affermare che il quarto numero triangolare è 10.

Supponiamo di voler scrivere un metodo che dato n , calcola il *numero triangolare n-esimo*.

```
public static int numeroTriangolare(int n) {  
    int result;  
  
    ....  
  
    return result;  
}
```

Ragioniamo per approssimazioni successive.

Se l'ampiezza del triangolo è 1, il triangolo consiste di un unico quadrato `[]` e la sua area è uguale a 1.

```
public static int numeroTriangolare(int n) {  
    int result;  
    if (n == 1)  
        result = 1; // caso base  
  
    .....  
  
    return result;  
}
```

Per trattare il caso più generale, consideriamo questa figura:

```
[]  
[ ]  
[ ][ ]  
[ ][ ][ ]  
[ ][ ][ ][ ]
```

Supponiamo adesso di conoscere l'area del triangolo più piccolo, formato dalle prime tre righe: il *terzo numero triangolare*. In questo caso possiamo calcolare facilmente l'area del triangolo grande: il *quarto numero triangolare*:

```
risultato = n + numero_triangolare_di_n-1;
```

Come possiamo calcolare il valore di `numero_triangolare_di_n-1`?

Facciamolo calcolare a (una diversa istanza de) lla funzione `numeroTriangolare()` che stiamo definendo.

```
risultato = n + numeroTriangolare(n-1);
```

```
public static int numeroTriangolare(int n) {
    int result;
    if (n == 1)
        result = 1; // caso base
    else
        result = n + numeroTriangolare(n - 1); // ricorsione

    return result;
}
```

Esercizio

Scrivere una funzione ricorsiva che controlla se una stringa è palindroma (ovvero se “rigirandola” non cambia, es. “ossesso” è palindroma).

Esempi di frasi palindrome:

- I verbi brevi (“iverbibrevi”)
- Aceto nell'enoteca (“acetonellenoteca”)
- I topi non avevano nipoti (“itopinonavevanonipoti”)

Soluzione

Definizione ricorsiva di palindromicità:

- Una stringa nulla è palindroma. Esempio: “”.
- Una stringa di un carattere è palindroma. Esempio: “a”.
- Una stringa tale che il primo e l'ultimo carattere sono uguali e la sottostringa nel mezzo è palindroma, è palindroma. Esempio: “ossesso”.

Algoritmo

```
bool palindroma(string s, int start, int len)
{
    if (len <= 1) return true;
    if (s[start] == s[start+len-1] && palindroma(s, start+1, len-2))
        return true;
    else
        return false;
}
```

Esercizio

Scrivere una funzione ricorsiva che, avendo in input un array di n interi di interi positivi, dia in output TRUE se tutti gli elementi sono maggiori di 10, FALSE altrimenti.

Soluzione:

```
boolean tutti(int A[], int n)
    if (n=0) return TRUE
    else if (A[n] <= 10) return FALSE
    else return tutti(A, n-1)
end
```